

The background features abstract, overlapping green geometric shapes in various shades, including light lime green, medium green, and dark forest green. These shapes are primarily located on the left and right sides of the frame, leaving a large white central area. The shapes are layered, creating a sense of depth and movement.

PELUANG BERSYARAT

HITUNG PELUANG

DALIL 1 Kaidah Penjumlahan Peluang

- ▶ Bila A dan B adalah kejadian sembarang, maka:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

atau

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

di mana $P(A \cup B)$ = kejadian A **atau** B

$P(A \cap B)$ = kejadian A **dan** B

HITUNG PELUANG

Contoh:

- ▶ Menurut catatan sebuah bank, peluang industri manufaktur memperoleh kredit adalah 0,25. Sedangkan industri yang padat karya berpeluang 0,40. Peluang untuk industri yang tergolong manufaktur atau padat karya adlh 0,1. Berapakah peluang industri manufaktur dan padat karya memperoleh kredit?

HITUNG PELUANG

Konsekuensi 1. Kaidah Penjumlahan Peluang

Bila A dan B adalah kejadian saling terpisah ($A \cap B = \emptyset$),
maka $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Contoh 6:

- Berapakah peluang munculnya kartu bernilai 5 warna merah (kejadian A) atau bernilai 5 warna hitam (kejadian B) pada pengambilan sebuah kartu secara acak dari seperangkat kartu bridge?

HITUNG PELUANG

► Jawab Contoh 6:

Pada pengambilan sebuah kartu dari seperangkat kartu bridge, tidaklah mungkin mendapat kartu bernilai 5 warna merah sekaligus warna hitam. Dalam hal ini, $A \cap B = \emptyset$.

Jadi,

$$P(A \cup B) = \frac{2}{52} + \frac{2}{52} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

HITUNG PELUANG

Konsekuensi 2. Kaidah Penjumlahan Peluang

Bila A_1, A_2, \dots, A_k saling terpisah, maka
$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

DALIL 2 Kaidah Penjumlahan Peluang

Bila A dan A' adalah kejadian yang saling berkomplemen, maka $P(A) + P(A') = 1$

PELUANG BERSYARAT

- ▶ Peluang bersyarat (*conditional probability*) berlaku untuk penetapan peluang kejadian-kejadian yang tidak bebas.
- ▶ Kejadian-kejadian yang peluang terjadinya bergantung pada kejadian lain disebut dengan *Kejadian Tidak Bebas*.
- ▶ Contoh kejadian yang tidak bebas pada suatu percobaan pengambilan kartu dari seperangkat kartu bridge adalah pengambilan kartu *tanpa pemulihan*.
- ▶ Tanpa pemulihan berarti adalah contoh yang telah diambil tidak dikembalikan ke dalam ruang contoh.

PELUANG BERSYARAT

- ▶ Kejadian yang peluang terjadinya tanpa tergantung pada kejadian lain disebut *Kejadian Bebas*.
- ▶ Contoh kejadian bebas pada suatu percobaan pengambilan kartu dari seperangkat kartu bridge adalah pengambilan kartu *dengan pemulihan*.
- ▶ Dengan pemulihan berarti adalah contoh yang telah diambil dikembalikan ke dalam ruang contoh.

Misalkan A dan B adalah dua buah kejadian. Peluang terjadinya kejadian A apabila diketahui bahwa kejadian B telah terjadi sebelumnya dikenal dengan istilah **Peluang Bersyarat** (tuliskan $P(A|B)$).

Rumus peluang bersyarat A jika diketahui bahwa kejadian B telah terjadi sebelumnya adalah

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

dimana nilai dari $P(B) > 0$

Sebaliknya, rumus peluang bersyarat B jika diketahui bahwa kejadian A telah terjadi sebelumnya adalah

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

dimana nilai dari $P(A) > 0$

Selanjutnya dari rumusan diatas dikembangkan dua buah aturan mengenai peluang bersyarat yang sering digunakan.

a. Jika A dan B dua buah kejadian dari suatu eksperimen acak, maka

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \setminus B)$$

atau

$$P(A \cap B) = P(A)P(B \setminus A)$$

b. Kejadian A dan B dikatakan **saling bebas** apabila

$$A \text{ dan } B \text{ saling bebas} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

- ▶ Perhatikan bahwa: $P(A|B) \neq P(B|A)$

$$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$

- ▶ Dua kejadian A dan B dikatakan *saling bebas*, jika:

$$P(B|A) = P(B) \text{ atau } P(A|B) = P(A)$$

Bila hal itu tidak dipenuhi, A dan B dikatakan *tidak bebas*.

Contoh 9:

- Diketahui peluang kereta berangkat tepat waktu atau $P(B)$ adalah 0,5. Sedangkan peluang kereta datang tepat waktu atau $P(D)$ adalah 0,4. Peluang kereta berangkat dan datang tepat waktu adalah 0,3.

- a) Berapakah peluang kereta akan datang tepat waktu setelah berangkat tepat waktu?

$$\text{Jawab: } P(D | B) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$$

- b) Berapakah peluang kereta berangkat tepat waktu setelah diketahui datangnya tepat waktu?

$$\text{Jawab: } P(B | D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

PERHITUNGAN PELUANG BERSYARAT MELALUI TABEL KONTINGENSI

200 orang karyawan suatu pabrik yang dipilih secara acak dikelompokkan menurut jenis kelamin (laki-laki dan perempuan) dan tingkat Pendidikan (sekolah dasar, menengah, dan perguruan tinggi). Informasi tersebut ditampilkan dalam tabel berikut

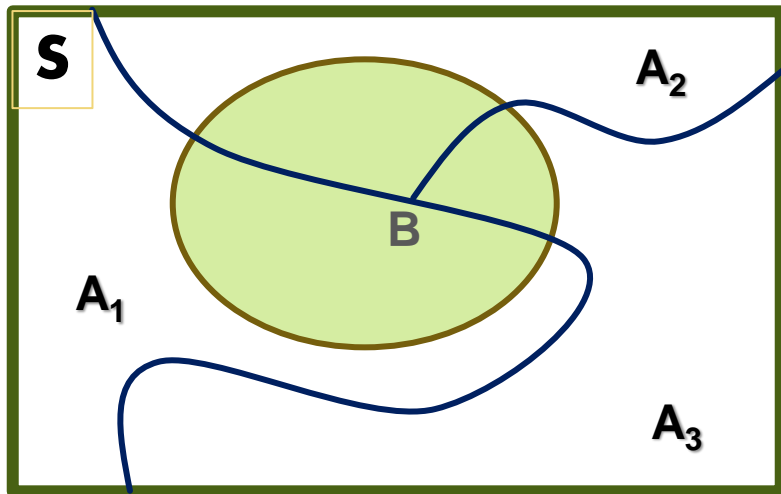
| | | Jenis kelamin | | Jumlah |
|------------|------------------|---------------|------------|------------|
| | | laki-laki | perempuan | |
| Pendidikan | dasar | 38 | 45 | 83 |
| | menengah | 28 | 50 | 78 |
| | perguruan tinggi | 22 | 17 | 39 |
| Jumlah | | 88 | 112 | 200 |

Apabila seorang karyawan dipilih secara acak dari kelompok diatas, carilah peluang bahwa karyawan tersebut

- berjenis kelamin perempuan
- berpendidikan sekolah dasar
- berjenis kelamin laki-laki dan pendidikannya menengah
- berpendidikan perguruan tinggi apabila diketahui dia berjenis kelamin perempuan

PELUANG TOTAL

- ▶ Bila diketahui sebuah semesta yang terbagi habis (*exclusively exhaustive*) ke dalam 3 himpunan bagian: A_1 , A_2 , dan A_3 .
- ▶ Himpunan semesta juga memiliki himpunan bagian B yang beririsan dengan masing-masing A_1 , A_2 , dan A_3 .



PELUANG TOTAL

- Kejadian B dalam diagram di atas dapat dipandang sebagai gabungan dari irisan antara kejadian B dengan masing-masing kejadian A_1 , A_2 , dan A_3 . →

$$\begin{aligned}P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + P(A_3 \cap B) \\ &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)\end{aligned}$$

Persamaan di atas merupakan persamaan matematis untuk pengertian *peluang total*, yang dalam hal ini ditunjukkan oleh peluang kejadian B.

Peluang kejadian B adalah gabungan peluang antar kejadian B setelah kejadian-kejadian lain (A_1 , A_2 , dan A_3) diketahui telah terjadi.

TEOREMA BAYES

- ▶ Teorema Bayes diturunkan dari definisi peluang total.
- ▶ Teorema ini menunjuk pada probabilitas awal $[P(A_i)]$ suatu kejadian yang didasarkan pada level informasi saat ini → disebut dengan probabilitas sebelumnya (*prior probability*).
- ▶ Berdasarkan pada adanya informasi tambahan, teorema ini memberikan konsep untuk menghitung probabilitas yang diperbaharui $[P(A_i|B)]$ → disebut dengan probabilitas belakang (*posterior probability*).

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1)P(B | A_1)}{P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2) + P(A_3)P(B | A_3)}$$

TEOREMA BAYES

Contoh 12:

- ▶ Mobil kecil memiliki konsumsi bahan bakar yang lebih baik, tetapi tidak seaman mobil besar. Jumlah mobil kecil meliputi 18% dari total mobil di jalan raya. Diasumsikan peluang mobil kecil terlibat kecelakaan adalah 0,18. Peluang kecelakaan oleh mobil kecil yang menyebabkan kematian adalah 0,128, sedang peluang kecelakaan bukan oleh mobil kecil yang menyebabkan kematian adalah 0,05. Misalkan anda sedang mempelajari kecelakaan yang menyebabkan kematian. Berapakah peluangnya kecelakaan semacam itu yang disebabkan oleh mobil kecil? Asumsikan bahwa kemungkinan terlibat kecelakaan adalah hal yang independen terhadap ukuran mobil.

TEOREMA BAYES

► Jawab:

Dari soal dapat diinterpretasikan bahwa misalnya:

- A_1 = mobil kecil terlibat kecelakaan $\rightarrow P(A_1) = 0,18$
- A_2 = kecelakaan oleh mobil besar \rightarrow
 $P(A_2) = 1 - P(A_1) = 1 - 0,18 = 0,82$

B adalah kejadian kecelakaan yang *menyebabkan kematian*.

- $B | A_1$ = kecelakaan dengan kematian, jika diketahui penyebabnya mobil kecil $\rightarrow P(B | A_1) = 0,128$
- $B | A_2$ = kecelakaan dengan kematian, jika diketahui penyebabnya mobil besar $\rightarrow P(B | A_2) = 0,05$

TEOREMA BAYES

► Jawab (lanjutan...):

Kecelakaan yang disebabkan oleh mobil kecil jika diketahui bahwa kecelakaan tersebut menyebabkan kematian dengan demikian dapat dituliskan sebagai $A_1 | B$. Peluang kejadian ini adalah $P(A_1 | B)$.

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1)P(B | A_1)}{P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2)}$$

$$P(A_1 | B) = \frac{(0,18 \times 0,128)}{(0,18 \times 0,128) + (0,82 \times 0,05)} = \frac{0,02304}{0,06404} = 0,3598\dots$$

- ▶ Contoh. Suatu perusahaan besar menggunakan 3 hotel sebagai tempat menginap para langganannya. Dari pengalaman yang lalu diketahui bahwa 20% langganannya ditempatkan di Hotel I, 50% di Hotel B, dan 30% di Hotel S. Bila 5% kamar mandi di Hotel I tidak berfungsi dengan baik, 4% di Hotel B, dan 8% di Hotel S, berapa peluang bahwa, a seorang langganan mendapat kamar yang kamar mandinya tidak baik? b seseorang yang mendapat kamar mandi yang tidak baik ditempatkan di Hotel S?

SOLUSI

Misalkan,

A : seorang langganan mendapat kamar yang kamar mandinya tidak baik

B_1 : penempatan di Hotel I

B_2 : penempatan di Hotel B

B_3 : penempatan di Hotel S

$P(B_1) = 0.2$, $P(B_2) = 0.5$, dan $P(B_3) = 0.3$.

$P(A|B_1) = 0.05$, $P(A|B_2) = 0.04$, dan $P(A|B_3) = 0.08$.

Jadi,

$$\mathbf{a} \quad P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i) = (0.05)(0.2) + (0.04)(0.5) + (0.08)(0.3) = 0.054$$

$$\mathbf{b} \quad P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3) P(B_3)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i) P(B_i)} = \frac{(0.08)(0.3)}{0.054} = \frac{4}{9}$$